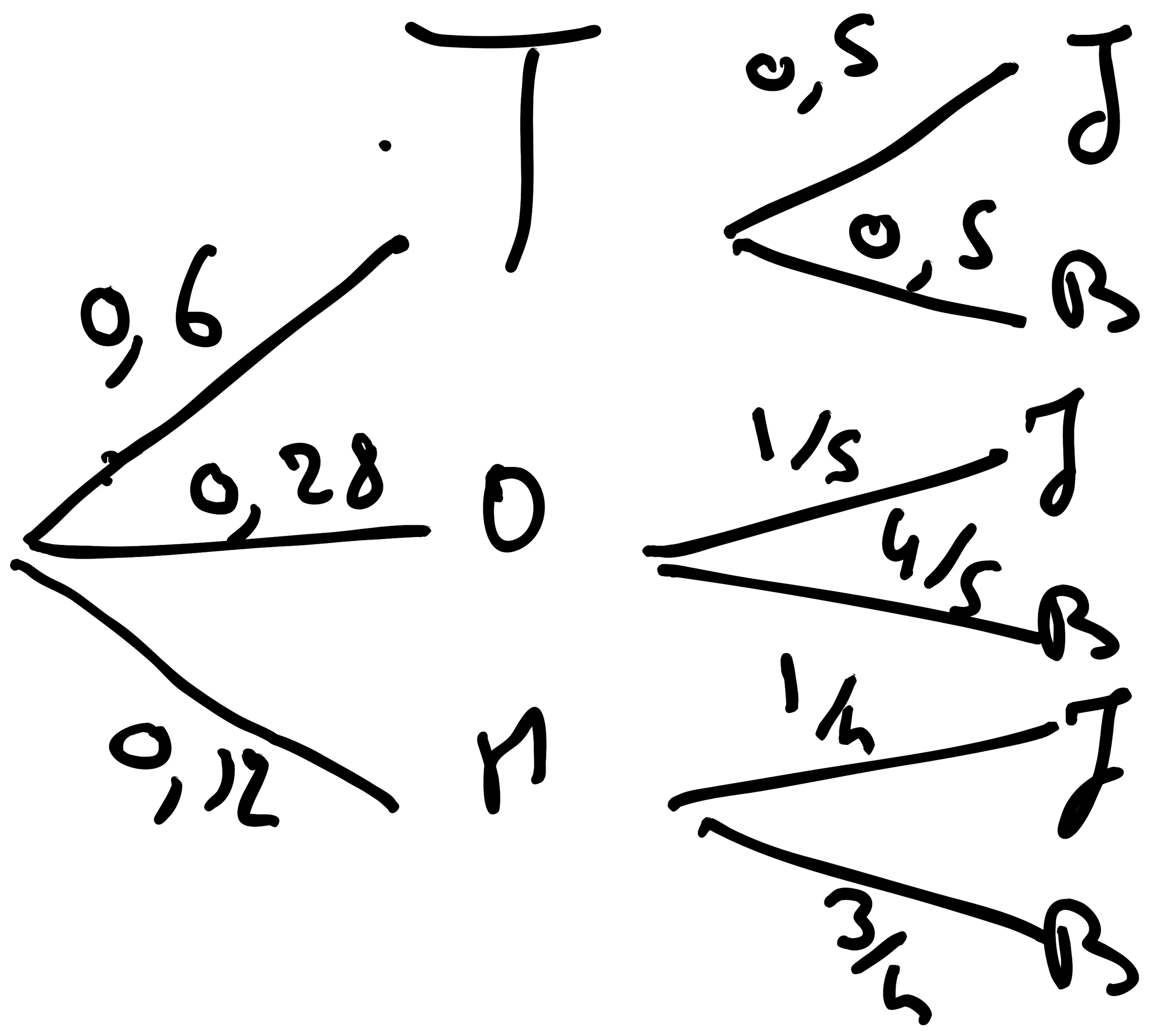
Exercice 2

Partie A :

1) arbre pondéré



2) $P(T \cap B) = 0{,}6 \times 0{,}5 = \frac{6}{10} \times \frac{5}{10} = \frac{30}{100}$

$P(T \cap B) = \frac{3}{10} = 0{,}3$

3) $P(B) = P(T \cap B) + P(O \cap B) + P(M \cap B)$

$= 0{,}6 \times 0{,}5 + 0{,}28 \times \frac{4}{5} + 0{,}12 \times \frac{3}{4}$

$= 0{,}614.$

4) les fleurs sont blanches

$P_B(O) = \frac{P(B \cap O)}{P(B)} = \frac{0{,}28 \times 4/5}{0{,}614}$

$P_B(O) \approx 0{,}365.$

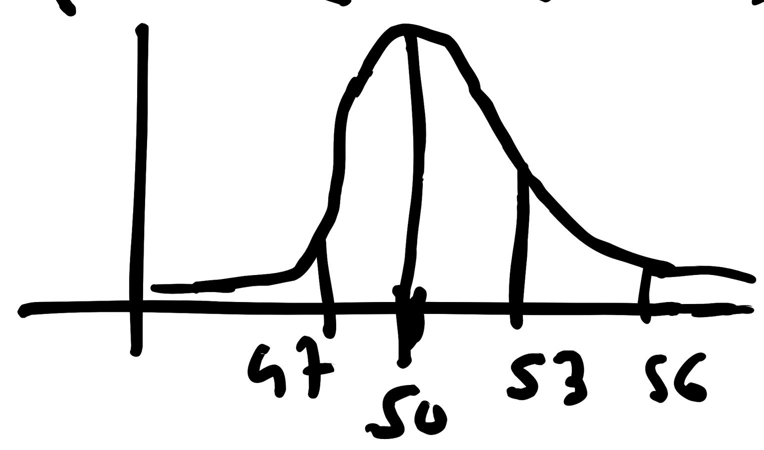
Partie B :

X suit la loi normale d'espérance $\mu = 50$ et d'écart-type $\sigma = 3$.

1) a) $p(47 \leq X \leq 53) \approx 0,683$

b) $P(X \geq 56) = 0,5 - P(50 \leq X \leq 56)$

$P(X \geq 56) \approx 0,023$



2) $P(X \geq k) = 0,8$

donc $P(X \leq k) = 0,2$

A la calculatrice, on trouve $k \approx 47,5$.

80% des rosiers "Arlequin" auront une hauteur égale ou supérieure à 47,5 cm.

Partie C :

$n = 75 \geq 30$ $\quad p = 0,85$

$np = 63,75 \geq 5$ et $n(1-p) = 11,25 \geq 5$

Intervalle de fluctuation asymptotique au seuil de 95% de la fréquence des clients qui achètent 1 bouquet est :

$$I_{75} = \left[0,85 - 1,96\sqrt{\frac{0,85 \times 0,15}{75}} \,;\, 0,85 + 1,96\sqrt{\frac{0,85 \times 0,15}{75}}\right]$$

$I_{75} \simeq [0,769 ; 0,931]$.

Le fréquence observée est :

$$f = 1 - \frac{16}{75} \simeq 0,785.$$

$f \in I_{75}$, donc la fleuriste ne doit pas rejeter son hypothèse.

Exercice II :

1) coefficient directeur droite (AB)

$$a = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \frac{6-(-2)}{-3-(-5)} = \frac{8}{2}$$

$\underline{a = 4}$

donc $f'(3) = 4$

réponse B.

2) Un point d'inflexion d'une courbe est un point où la courbe traverse la tangente

A est donc un point d'inflexion et $\underline{f''(3) = 0}$

réponse C

3) <u>Rappel</u> : f est <u>convexe</u> sur I si sa courbe représentative est située <u>au-dessus</u> de chacune de ses tangentes

Or sur $[-5; -3]$ la courbe $\mathcal{C}$ est au-dessus de ses tangentes

La fonction est donc <u>convexe</u> sur $[-5; -3]$

réponse A

4) <u>Rappel</u> : f est <u>concave</u> sur I si sa courbe représentative est située <u>en-dessous</u> de chacune de ses tangentes

Or sur $[-3; -1]$ la courbe $\mathcal{C}$ est en-dessous de ses de ses tangentes

La fonction est donc concave sur $[-3;-1]$.

Donc si f est concave sur $[-3;-1]$

alors <u>f' est décroissante</u> sur $[-3;-1]$.

réponse Ⓐ

5) La fonction f est positive sur $[-5;1]$

une primitive de f est une fonction F dérivable sur I et telle que :

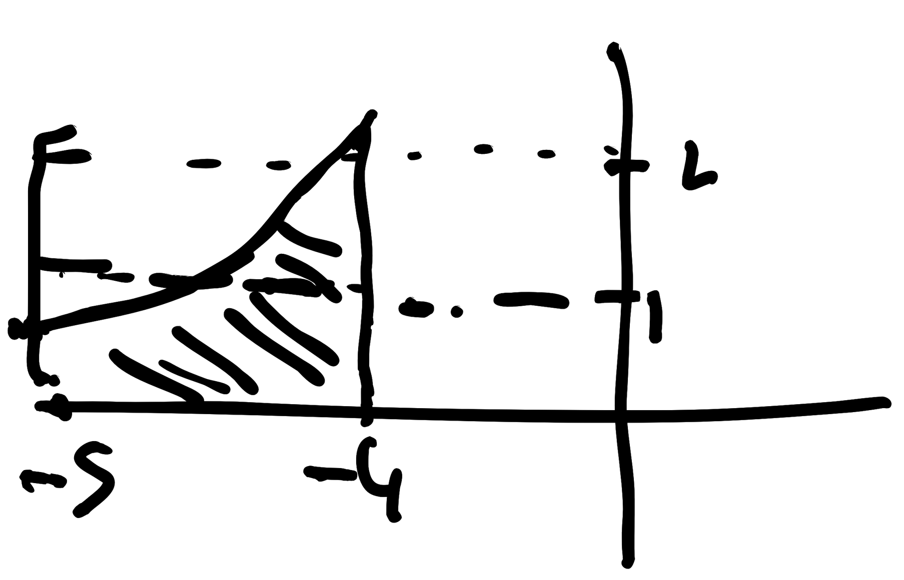
$$\forall x \in I,\ F'(x) = f(x)$$

Donc si $f(x) \geq 0$ alors $F'(x) \geq 0$

Donc F est croissante sur $I = [-5;1]$

réponse Ⓑ

6) $I = \int_{-5}^{-4} f(x)\,dx =$ aire comprise entre la courbe $\mathcal{C}_f$, l'axe des abscisses et les droites d'équation $x=-5$ et $x=-4$.



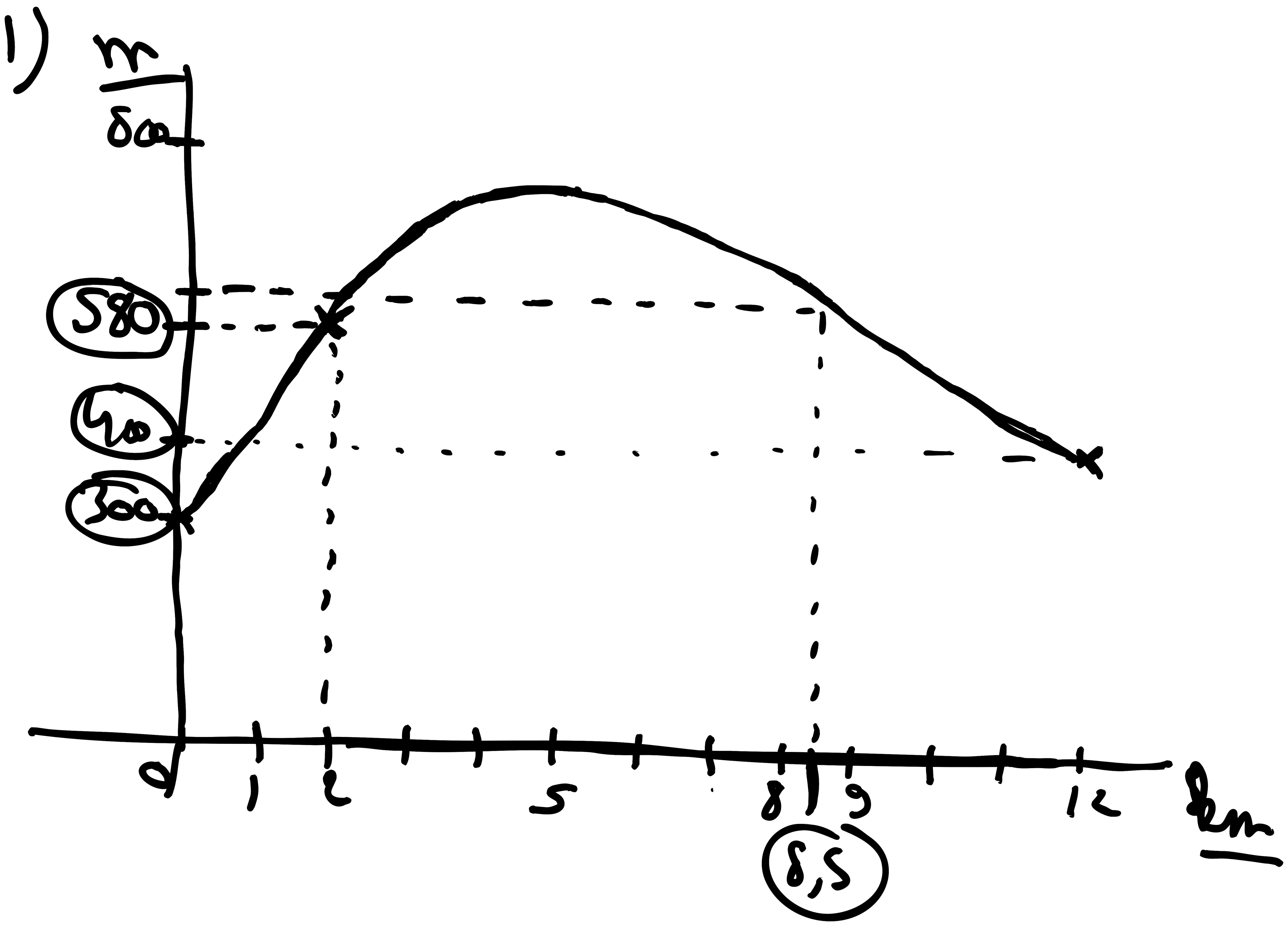
$0 \leq I$ (aire positive)

$0 \leq I \leq 2$

réponse Ⓒ

Exercice IV :

Partie A :

1) 

Après avoir parcouru 2 kms, les randonneurs se situeront à l'altitude 590 m

2) Dans la partie descendante, le refuge est situé à 600 m d'altitude

Le randonneur aura parcouru 8,5 km

3) Départ 300 m

Arrivée 400 m

Donc les randonneurs ne seront pas revenus à leur point de départ.

Partie B :

$$f(x) = 150\,x\,e^{-0,02x^2} + 300$$

1) f est dérivable sur $[0;12]$

$$f'(x) = 150 \times \left[1 \times e^{-0,02x^2} - 0,04x^2 e^{-0,02x^2}\right]$$

$$= 150\,e^{-0,02x^2} - 6x^2 e^{-0,02x^2}$$

$$= (150 - 6x^2)\,e^{-0,02x^2}$$

$e^{-0,02x^2} > 0$ donc le signe de $f'(x)$ dépend de celui de $150 - 6x^2$
$= 6(25 - x^2)$

or $25 - x^2 = (5-x)(5+x)$

x		-5		5	
	$-$		$+$		$-$

Tableau de variation

x	0		5		12
$f'(x)$		$+$	0	$-$	
$f(x)$	300	$\nearrow$	$f(5)$	$\searrow$	$f(12)$

$f(0) = 300$

$f(12) = 150 \times 12 \times e^{-0,02 \times 144} + 300 \approx 401$

$f(5) = 150 \times 5 \times e^{-0,02 \times 25} + 300 \approx 755$

2) l'altitude maximale est atteinte pour $x = 5$ km et vaut 755 mètres

3) A la fin du chemin de randonnée :

Sur l'intervalle $[5 ; 12]$, la fonction f est décroissante et on passe de l'altitude 755 mètres à l'altitude 401 mètres

<u>Ccl</u> : entre le 5^ème km et le 12^ème km l'altitude est supérieure à 350 m.

Sur l'intervalle $[0, 5]$, la fonction f est croissante et on passe de l'altitude 300 m à l'altitude de 755 mètres

Donc f est continue et strictement croissante sur $[0, 5]$, on sait que $350 \in [f(0) ; f(5)]$

Donc d'après le corollaire du théorème des valeurs intermédiaires l'équation $f(x) = 350$ ne possède qu'<u>une seule</u> solution α dans $[0, 5]$

<u>ccl</u> L'affirmation est vraie, l'altitude de 350 m ne sera atteinte qu'une seule fois.

Calculatrice : $\alpha = 0,334$

Les randonneurs ont parcouru 334 mètres pour atteindre l'altitude 350 m.

4) F est dérivable sur $I = [0, 12]$
(somme de fonctions dérivables sur I).

$$F'(x) = 300 - 3750 \times (-0{,}04x)\, e^{-0{,}02x^2}$$
$$= 300 + 150x\, e^{-0{,}02x^2}$$
$$= f(x)$$

<u>ccl</u> : F est une primitive de f.

5) Altitude moyenne

$$\mu = \frac{1}{b-a} \int_a^b f(t)\,dt$$
$$= \frac{1}{12-0} \int_0^{12} f(t)\,dt = \frac{1}{12} \left[F(t)\right]_5^{12}$$
$$= \frac{1}{12} \left[F(12) - F(5)\right]$$
$$= \frac{1}{12} \left[3600 - 3750\, e^{-2{,}88} + 3750\right]$$
$$= \frac{1}{12} \left[7350 - 3750\, e^{-2{,}88}\right]$$

<u>$\mu \approx 595$ m</u>