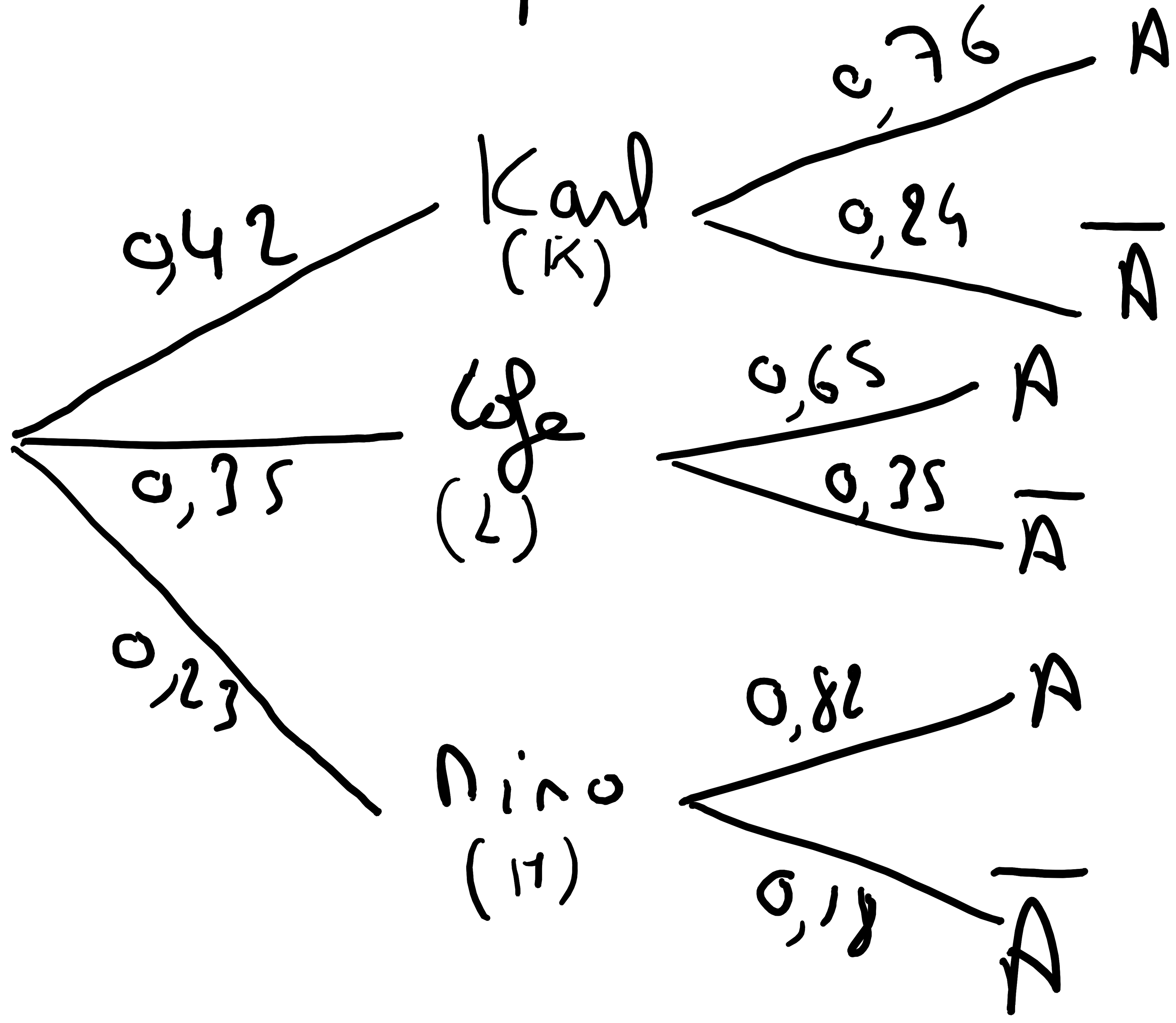
## Exercice 2 :

### Partie A :

1) arbre pondéré :




2) $P(K \cap A) = 0,42 \times 0,76 \approx 0,319$

3) $P(A) = P(K \cap A) + P(L \cap A) + P(M \cap A)$

$= P(K) \times P_K(A) + P(L) \times P_L(A) + P_M(A) \times P(M)$

$= 0,42 \times 0,76 + 0,35 \times 0,65 + 0,23 \times 0,82$

$\approx 0,735.$

4) La demande de prêt est acceptée.

On cherche $P_A(M) = \dfrac{P(M \cap A)}{P(A)} = \dfrac{P(M) \times P_M(A)}{P(A)}$

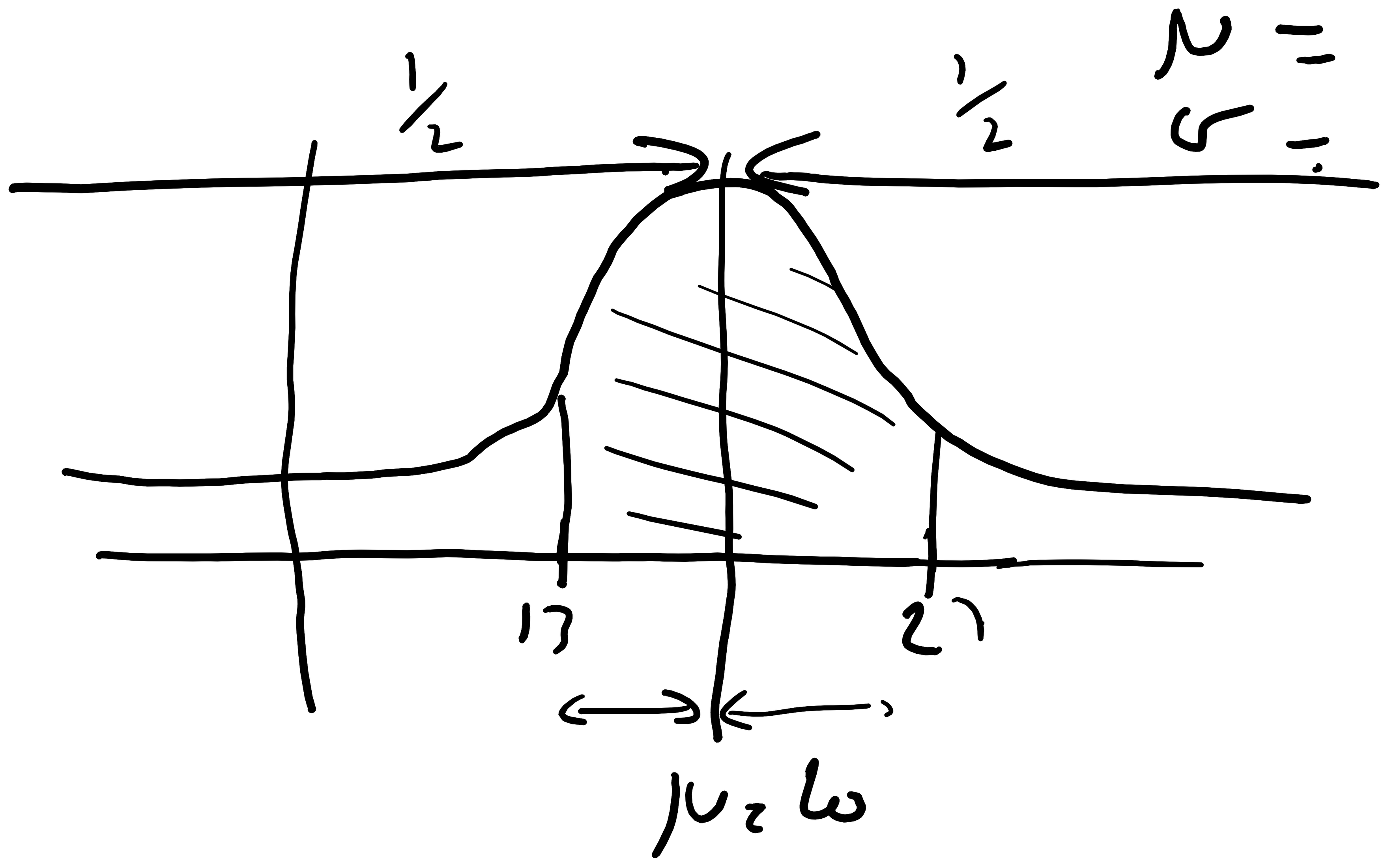
$P_A(M) \approx \dfrac{0,23 \times 0,82}{0,735}$ $\quad P_A(M) \approx 0,257$

Partie B :

1) X suit une loi normale.

$\mu = 20$

$\sigma = 7$




$P(13 \leq X \leq 20) = \frac{1}{2} - P(X \leq 13)$

$\simeq 0,341$

$P(13 \leq X \leq 27) = 2 \times P(13 \leq X \leq 20)$

$\approx 0,842$

2) $P(X > a) = 0,1$

Donc $P(X < a) = 1 - P(X > a) = 1 - 0,1$

$P(X < a) = 0,9$

A la calculatrice on trouve :

$a \approx 28,97$

Durée moyenne durée près minimale

= 29 ans (arrondi à l'unité).

Exercice II :

$u_{n+1} = a u_n + b$

1) a) on suppose que $u_1 = 5000$

$u_1 = a u_0 + b$

$u_0 = 0$ donc $u_1 = b$

$b = 5000$

b) $u_2 = 11\,000$

$u_2 = a u_1 + b = a \times 5000 + 5000$

$11\,000 = 5000 a + 5000$

$6\,000 = 5000 a$ donc $a = \frac{6000}{5000} = \frac{6}{5}$

$a = 1,2$

Donc on obtient : $u_{n+1} = 1,2\, u_n + 5000$

2) a) $u_3$ et $u_4$ ?

* $u_3 = 1,2\, u_2 + 5000 = 1,2 \times 11000 + 5000$

$u_3 = 18200$

* $u_4 = 1,2\, u_3 + 5000 = 1,2 \times 18200 + 5000$

$u_4 = 26840$

b) 2013 18 000
2014 27 000

Modélisation correcte ?

On a :

$U_3 = 18200$
$U_4 = 26840$ } ces valeurs sont proches de celles constatées par le calcul.

Donc on peut estimer que la modélisation est correcte

3) $v_n = u_n + 25000$

a) $v_{n+1} = u_{n+1} + 25000 = 1,2\,u_n + 5000 + 25000$

$v_{n+1} = 1,2\,u_n + 30000 = 1,2\left(u_n + \frac{30\,000}{1,2}\right)$

$= 1,2(u_n + 25000) = 1,2\,v_n$

$v_{n+1} = 1,2\,v_n$ $(v_n)$ suite géométrique de raison $q = 1,2$ et de 1er terme $v_0 = u_0 + 25000$
$v_0 = 25000$.

b) Expression $v_n$ en fonction de $n$ :

$v_n = v_0 \times q^n = 25000 \times 1,2^n$

$v_n = u_n + 25000$ donc $u_n = v_n - 25000$

$u_n = 25\,000 \times 1,2^n - 25\,000$.

$u_n = 25000(1,2^n - 1)$.

4) a) $u_n > 180.000$

$25.000\,(1,2^n - 1) > 180000$

$1,2^n - 1 > \frac{180\cancel{000}}{25\,\cancel{000}} = 7,2$

$1,2^n - 1 > 7,2$

$1,2^n > 7,2 + 1$

$1,2^n > 8,2$

Résoudre $u_n > 180000$ revient à résoudre $1,2^n > 8,2$.

b) Variables : N est un entier naturel
W est un nombre réel
Initialisation : N prend la valeur 0
W prend la valeur 1
Traitement : Tant que $W \leq 8,2$
W prend la valeur $W \times 1,2$
N prend la valeur $N+1$
Fin Tant que
Sortie : Afficher N.

c) $1,2^n > 8,2$

$\ln 1,2^n > \ln 8,2$ (ln croissante sur $]0;+\infty[$

$n \ln 1,2 > \ln 8,2$ $(\ln a^n = n \ln a)$

$n > \frac{\ln 8,2}{\ln 1,2} \approx 11,54$ ( $1,2 > 1$ donc $\ln 1$

$n = 12$, l'algorithme affichera 12.

5) A partir de 2023, l'entreprise prévoit une baisse de 15% par an

En 2022 : combien aura-t-elle vendu d'écrans 3D.

$$U_{12} = 25000\,(1,2^{12} - 1) \approx 197902$$

En 2022, elle aura vendu 197902 écrans 3D

A partir de 2023, les ventes baissent de 15%.

$$197902 - \frac{197902 \times 15}{100} = 197902 \times \left(1 - \frac{15}{100}\right)$$
$$= 0,85 \times 197902$$

En 2023 : elle vendra 168217 écrans 3D

En 2024 : elle vendra 142984 écrans 3D

En 2025 : elle vendra 121.537 écrans 3D.

## Exercice III :

1) **Affirmation A** : **faux**

**Car** : $f(x) = x\ln x - x + 1$

$f'(x) = \ln x + x \times \frac{1}{x} - 1 = \ln x + 1 - 1$

$f'(x) = \ln x \qquad x \in ]0;1[$

alors $f'(x) < 0$

$f$ est décroissante.

2) **Affirmation B** : **Vraie**

Car $f''(x) = \frac{1}{x}$

$x \in ]0;+\infty[$ alors $f''(x) > 0$.

Donc $f$ est convexe sur $]0;+\infty[$.

3) **Affirmation C** : **Faux**

Car $f'(x) = \ln x \qquad x \in ]0;+\infty[$

$\ln x < 0$ si $x \in ]0;1[$

$\ln x > 0$ si $x \in ]1;+\infty[$

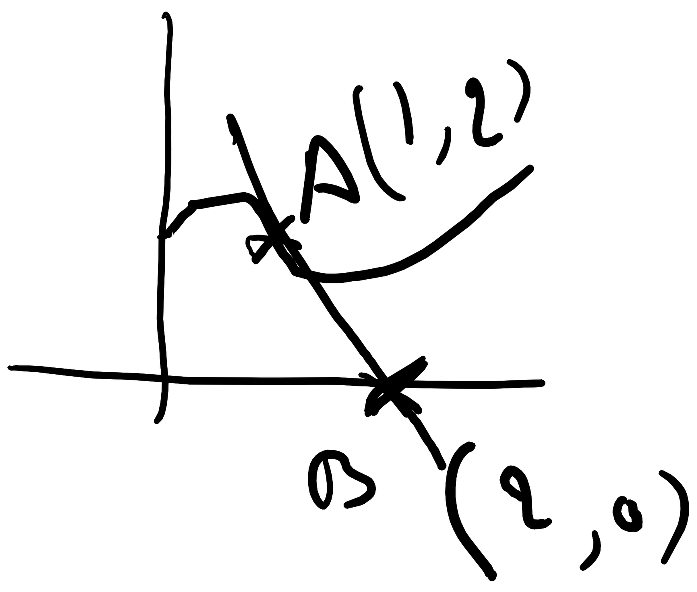
| $x$ | $0$ | | $1$ | $23$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|
| $f'(x)$ | | $-$ | $0$ | | $+$ | |
| $f(x)$ | | $\searrow$ | $0$ | $50{,}116$ | $\nearrow$ | |

A la calculatrice on trouve

$f(23) \approx 50{,}116$

2) <u>Affirmation D</u> : <u>Vraie</u>

Car $g'(1)$ = coefficient directeur de la tangente au point d'abscisse $x = 1$




$$a = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \frac{0-2}{2-1} = \frac{-2}{1} = -2$$

<u>Affirmation E</u> : <u>Vraie</u>

Car $\int_0^1 g(x)\,dx$ = aire comprise entre la courbe $\mathcal{C}_g$, l'axe des abscisses et les droites d'équation $x = 0$ et $x = 1$.

l'aire est inférieure à 3 rectangles

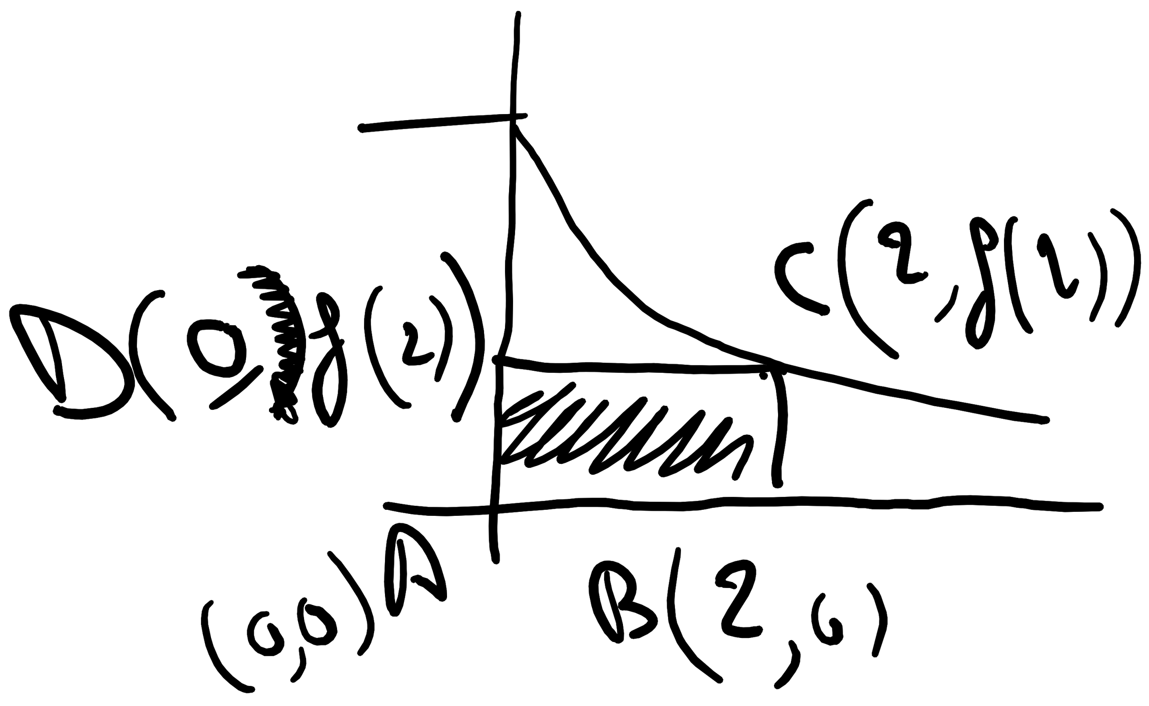
Aire d'un rectangle $= 1 \times 1$

donc $\int_0^1 g(x)\,dx < 3$.

Exercice IV :

$$f(x) = 4e^{-0,4x} \qquad x \in [0;10].$$

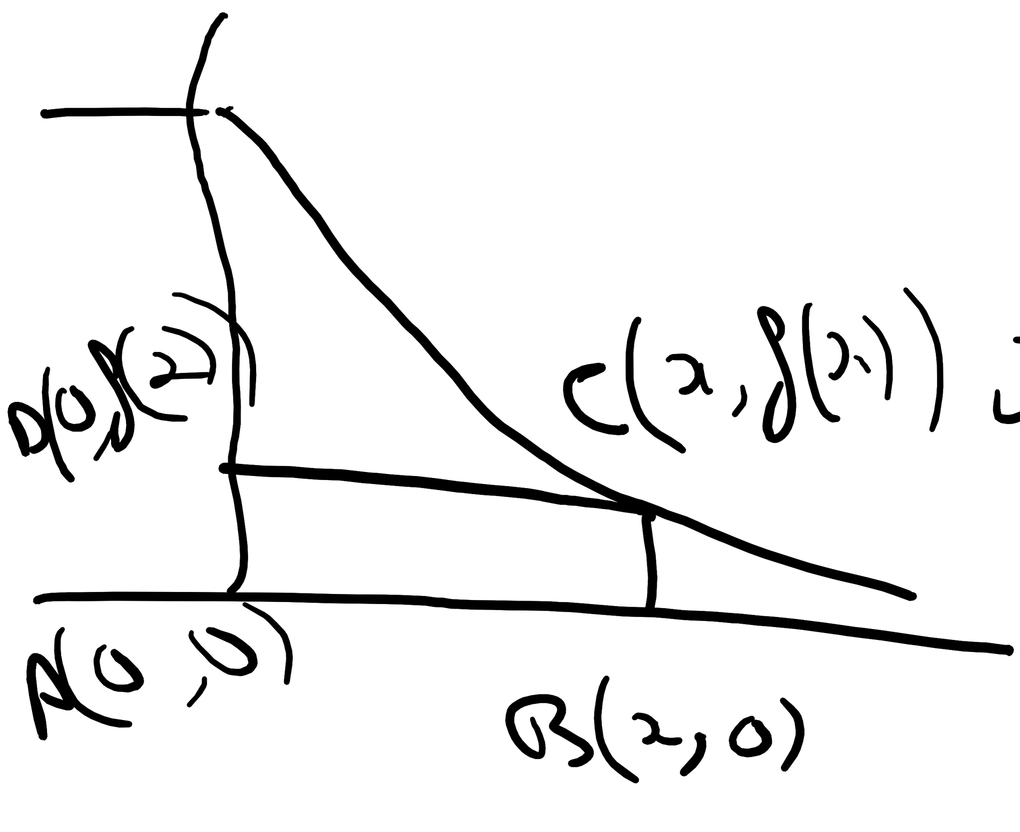
1) $x = 2$




$$\mathcal{A}_{ABCD} = AB \times BC$$
$$= 2 \times f(2) = 2 \times 4 \times e^{-0,4 \times 2}$$
$$= 8 \times e^{-0,8}$$
$$\mathcal{A}_{ABCD} \approx 3,6$$

2) dimension du panneau pour que l'aire soit le plus grand.

$$f(x) = 4e^{-0,4x}$$




$$\mathcal{A}_{ABCD} = x \times f(x)$$

$$\mathcal{A}_{ABCD} = x \times 4e^{-0,4x} = 4x\,e^{-0,4x}$$

$$\mathcal{A}'_{ABCD} = 4e^{-0,4x} - 4x\,0,4e^{-0,4x}$$
$$= 4e^{-0,4x}[1 - 0,4x]$$

$\mathcal{A}'(x) = 0$ soit $1 - 0,4x = 0$

$$x = \frac{1}{0,4} = \frac{10}{4} = \frac{5}{2}$$

$$1 - 0,4x > 0$$
$$1 > 0,4x$$
$$\frac{5}{2} > x$$

$1 - 0,4x > 0$ si $x < \frac{5}{2}$

| $x$ | $0$ | | $\frac{5}{2}$ | | $10$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $A'$ | | $+$ | $0$ | $-$ | |
| $A$ | $A(0)$ | $\nearrow$ | $A(\frac{5}{2})$ | $\searrow$ | $A(10)$ |

L'aire est maximale si $x = \frac{5}{2}$

Dimension du panneau :

$$x = \frac{5}{2}$$

$$f\left(\frac{5}{2}\right) = 4\,e^{-0,4\times\frac{5}{2}} \approx 1,47$$

Les dimensions du panneau sont 2,5m et 1,47m

L'aire maximale vaut : $A \approx 3,68\ m^2$