Fiche 2: Equations et Inéquations

Développement et Factorisation:

Développement:	*Factorisation:*
Développer un produit revient à l'écrire sous la forme d'une somme. 1) $k(a+b)=k\times a+k\times b$; 2) $k(a-b)=k\times a-k\times b$; 3) $(a+b)(c+d)=a\times c+a\times d+b\times c+b\times d$. *Attention:* *On développe, on réduit et on ordonne* *On tient compte de la règle des signes:* $(Positif)\times(Positif)=Positif$ $(Négatif)\times(Négatif)=Positif$ $(Positif)\times(Négatif)=Négatif$ $(Négatif)\times(Positif)=Négatif$ *Exemple*: On développe et on réduit: $f(x)=(5-x)(7x+4)=5\times7x+5\times4-x\times7x-x\times4$ $f(x)=35x+20-7x^2-4x$ $f(x)=-7x^2+31x+20$	*Factoriser une somme revient à l'écrire sous la forme d'un produit.* 1) $a\times b+a\times c=a(b+c)$; 2) $a\times b-a\times c=a(b-c)$; 3) $(a+b)(c+d)+(e+f)(a+b)=(a+b)\left[(c+d)+(e+f)\right]$ *Lorsque le facteur commun n'est pas immédiatement apparent, il est parfois possible de modifier l'écriture d'un des termes de l'expression pour faire apparaître un facteur commun.* *Exemples*: 1) On factorise après avoir identifié le facteur commun: $A=(x+1)(2x+5)-(x+1)(3x+4)$ $A=(x+1)\left[(2x+5)-(3x+4)\right]$ $A=(x+1)(1-x)$ 2) On factorise après avoir identifié le facteur commun: $B=9u^2-3u=(3u)^2-3u=(3u)\times(3u)-(3u)\times1$ $B=(3u)(3u-1)$

Identités remarquables:

Développer:	*Factoriser:*
1) $(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$; 2) $(a-b)^2=a^2-2ab+b^2$; 3) $(a-b)(a+b)=a^2-b^2$. *Exemples:* 1) $A=(4x-1)^2=(4x)^2-2\times4x\times1+1^2=16x^2-8x+1$ 2) $B=(6+7x)(6-7x)=6^2-(7x)^2=36-49x^2$	1) $a^2+2ab+b^2=(a+b)^2$; 2) $a^2-2ab+b^2=(a-b)^2$; 3) $a^2-b^2=(a-b)(a+b)$. *Exemples:* 1) $A=x^2-2x+1=(x)^2-2\times x\times1+(1)^2=(x-1)^2$ 2) $B=25-9y^2=(5)^2-(3y)^2=(5-3y)(5+3y)$

Equations:

Partie A: Equations du premier degré à une inconnue:	*Partie B: Equations "produit nul":*
Résoudre une équation d'inconnue x : c'est résoudre toutes les valeurs possibles de x pour que l'égalité soit vérifiée. *Exemples:* 1) $5x+2=3x-4 \Leftrightarrow 5x-3x+2=3x-4-3x \Leftrightarrow 2x+2-2=-4-2$ $2x=-6 \Leftrightarrow x=\dfrac{-6}{2} \Leftrightarrow x=-3$ La solution est: $x=-3$. 2) $2x+1=-4x+8 \Leftrightarrow 2x+4x+1=-4x+8+4x \Leftrightarrow 6x+1-1=8-1$ $6x=7 \Leftrightarrow x=\dfrac{7}{6}$ La solution est: $x=\dfrac{7}{6}$.	Un produit de facteurs est nul si et seulement si l'un au moins des facteurs est nul. *Exemples:* 1) $(3x-2)(7-x)=0$ $A\times B=0 \Leftrightarrow \begin{cases}A=0\\ \text{ou}\\ B=0\end{cases}$ $(3x-2)(7-x)=0 \Leftrightarrow \begin{cases}3x-2=0\\ \text{ou}\\ 7-x=0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x=\dfrac{2}{3}\\ \text{ou}\\ x=7\end{cases}$ L'équation a deux solutions: $S=\left\{\dfrac{2}{3}\ ;\ 7\right\}$ 2) $(2x-3)(x-4)=(4-x)(5x+2)$ $(2x-3)(x-4)-(4-x)(5x+2)=0$ $(2x-3)(x-4)+(x-4)(5x+2)=0$ $(x-4)\left[(2x-3)+(5x+2)\right]=0$ $(x-4)(7x-1)=0$ $A\times B=0 \Leftrightarrow \begin{cases}A=0\\ \text{ou}\\ B=0\end{cases}$ $(x-4)\times(7x-1)=0 \Leftrightarrow \begin{cases}x-4=0\\ \text{ou}\\ 7x-1=0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x=4\\ \text{ou}\\ x=\dfrac{1}{7}\end{cases}$ L'équation a deux solutions: $S=\left\{\dfrac{1}{7}\ ;\ 4\right\}$

Inéquations:

Une inéquation est une inégalité qui contient une inconnue x.
Résoudre une inéquation, c'est trouver toutes les valeurs de x qui vérifient cette inégalité.
Il s'agit d'écrire l'ensemble de solutions sous forme d'intervalles

Règles:	*Exemples:*
1) On peut additionner ou soustraire un même nombre aux deux membres d'une inéquation sans en changer le sens.	1) $a<b \Leftrightarrow a+c<b+c$ ou $a<b \Leftrightarrow a-c<b-c$ $x-1>3 \Leftrightarrow (x-1)+1>3+1 \Leftrightarrow x>4$ $x+2>3 \Leftrightarrow (x+2)-2>3-2 \Leftrightarrow x>1$
2) On peut multiplier par un même nombre positif non nul les deux membres d'une inéquation sans en changer le sens.	2) $k>0$: $a\leqslant b \Leftrightarrow ka\leqslant kb$ $3x\leqslant 15 \Leftrightarrow \frac{1}{3}\times 3x\leqslant \frac{1}{3}\times 15 \Leftrightarrow x\leqslant 5$
3) Si on multiplie par un même nombre négatif non nul les deux membres d'une inéquation alors on inverse le sens de l'inégalité.	3) $k<0$: $a\geqslant b \Leftrightarrow ka\leqslant kb$ $-3x\leqslant 15 \Leftrightarrow \left(\frac{-1}{3}\right)\times(-3x)\geqslant\left(\frac{-1}{3}\right)\times 15 \Leftrightarrow x\geqslant -5$

Encadrements et arrondis:

Définition:	*Exemples:*
Pour tout réel x et tout entier naturel n, il existe un nombre décimal a tel que: $\lvert x-a\rvert \leqslant \frac{1}{10^n}$ **On dit que: a est appelée *valeur approchée* de x à 10^{-n} près .** **Si a est une valeur approchée de x à 10^{-n} près, alors on peut affirmer que:** $a-10^{-n}\leqslant x\leqslant a+10^{-n}$	**1) Encadrement de π à 10^{-3} près:** $3{,}141\leqslant\pi\leqslant 3{,}142$ 2) $\sqrt{7}=2{,}64575131$ $2{,}6457\leqslant\sqrt{7}\leqslant 2{,}6458$ **Encadrement de $\sqrt{7}$ d'amplitude** $10^{-4}=2{,}6458-2{,}6457$